



ПРОБНЕ ТЕСТУВАННЯ З МАТЕМАТИКИ

(рівень стандарту та профільний рівень)

Час виконання – 180 хвилин

Робота складається з 32 завдань різних форм. Відповіді до завдань 1–29 Ви маєте позначити в бланку **A**. Розв'язання завдань 30–32 Ви маєте записати в бланку **B**.

Результат виконання завдань **1–26** сертифікаційної роботи на ЗНО буде зараховано як результат **державної підсумкової атестації** рівня стандарту, а виконання **всіх** завдань – профільного рівня.

Результат виконання **всіх** завдань сертифікаційної роботи на ЗНО буде використано під час **прийому до закладів вищої освіти**.

Інструкція щодо роботи в зошиті

- Правила виконання завдань зазначені перед кожною новою формою завдань.
- Рисунки до завдань виконано схематично, без строгого дотримання пропорцій.
- Відповідайте лише після того, як Ви уважно прочитали та зрозуміли завдання. Використовуйте як чернетку вільні від тексту місця в зошиті.
- Намагайтеся виконати всі завдання.
- Ви можете скористатися довідковими матеріалами, наведеними на сторінках 2, 23, 24 зошита. Для зручності Ви можете їх відокремити відірвавши.

Інструкція щодо заповнення бланків відповідей **A** та **B**

- У бланк **A** записуйте чітко, згідно з вимогами інструкції до кожної форми завдань, лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
 - Неправильно позначені, підчищені відповіді в бланку **A** буде зараховано як помилкові.
 - Якщо Ви позначили відповідь до якогось із завдань 1–20 в бланку **A** неправильно, то можете виправити її, замалювавши попередню позначку та поставивши нову, як показано на зразках:
- | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| А | Б | В | Г |
| ☒ | ☐ | ☐ | ☐ |
- | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| А | Б | В | Г | Д |
| ☒ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
- Якщо Ви записали відповідь до якогось із завдань 21–29 неправильно, то можете виправити її, записавши новий варіант відповіді в спеціально відведених місцях бланка **A**.
 - Виконавши завдання 30, 31 та 32 в зошиті, акуратно запишіть їхні розв'язання в бланку **B**.
 - Ваш результат залежатиме від загальної кількості правильних відповідей, записаних у бланку **A**, та правильного розв'язання завдань 30–32 в бланку **B**.

Позначте номер Вашого зошита у відповідному місці бланка **A** так:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Зичимо Вам успіху!

ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

Таблиця квадратів від 10 до 49

Десятки	Одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Формули скороченого множення

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0, \\ -a, & \text{якщо } a < 0 \end{cases}$$

Квадратне рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

$$D = b^2 - 4ac \quad \text{— дискримінант}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \quad \text{якщо } D > 0$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}, \quad \text{якщо } D = 0$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Степені

$$a^1 = a, \quad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ разів}} \quad \text{для } a \in R, \quad n \in N, \quad n \geq 2$$

$$a^0 = 1, \quad \text{де } a \neq 0 \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{для } a \neq 0, \quad n \in N$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad a > 0, \quad m \in Z, \quad n \in N, \quad n \geq 2$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

Логарифми

$$a > 0, \quad a \neq 1, \quad b > 0, \quad c > 0, \quad k \neq 0$$

$$a^{\log_a b} = b \quad \log_a a = 1 \quad \log_a 1 = 0$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$$

Арифметична прогресія

$$a_n = a_1 + d(n - 1) \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Геометрична прогресія

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \quad S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad (q \neq 1)$$

Теорія ймовірностей

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

Комбінаторика

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n! \quad C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \quad A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Будьте особливо уважні під час заповнення *бланка А!*
Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

A	Б	В	Г
$\sqrt{2}, 1, \sqrt[3]{3}$	$1, \sqrt{2}, \sqrt[3]{3}$	$\sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, 1$	$\sqrt[3]{3}, \sqrt{2}, 1$

[illegible]

A	Б	В	Г
-1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{17}{10}$	$\frac{17}{12}$

[illegible]

A	Б	В	Г
-2	-1,5	2	3

[illegible]

7. Знайдіть значення похідної функції $y = e^{-x} + \ln(x+1) - 5x^5 - \cos 2x$ в точці $x_0 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	3	4

[illegible]

8. При якому значенні α вектори $\vec{a} = (-2; 3)$ та $\vec{b} = (1; \alpha)$ будуть перпендикулярні?

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{3}{2}$	2	1

[illegible]

9. Знайдіть найменший додатний період функції $y = -4\sin\left(10 + \frac{x}{4}\right)$.

А	Б	В	Г	Д
8π	2π	10π	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$

[illegible]

10. Задано дві мимобіжні прямі a і b . Скільки існує різних площин, які проходять через пряму a і перпендикулярні прямій b ?

А	Б	В	Г	Д
жодної	одна	дві	три	безліч

[illegible]

11. Розв'яжіть нерівність $(0,5)^{x^2-x-6} > 1$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$	$(-3; 2)$	$(-2; 3)$	$(2; 3)$	$(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

12. Спростіть вираз $\left(\frac{1}{b^2-1} - \frac{1}{b+1}\right) : \frac{b-2}{b^2-1}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{1-b}$	$\frac{2}{b+1}$	1	-1	$b-1$

[illegible]

13. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ x - 2y = -1. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
(2; 3)	(4; 1,5)	(3; 2)	(3; 5)	(5; 3)

[illegible]

14. Спростіть вираз $\cos^2 x \cdot (tg^2 x - 1)$.

A	Б	В	Г	Д
$\cos 2x$	$tg^2 x$	$ctg^2 x$	-1	$-\cos 2x$

[illegible]

У завданнях 17–20 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань у *бланку А* на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви). Усі інші види Вашого запису в *бланку А* комп'ютерна програма реєструватиме як помилки!

Будьте особливо уважні під час заповнення *бланку А*!
Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

17. Установіть відповідність між функцією (1 – 3) і властивістю (А – Д) її графіка.

Функція

Властивість графіка функції

1 $y = \log_2 x$

2 $y = x^3$

3 $y = x^2 + 2$

А розташований у всіх координатних чвертях.

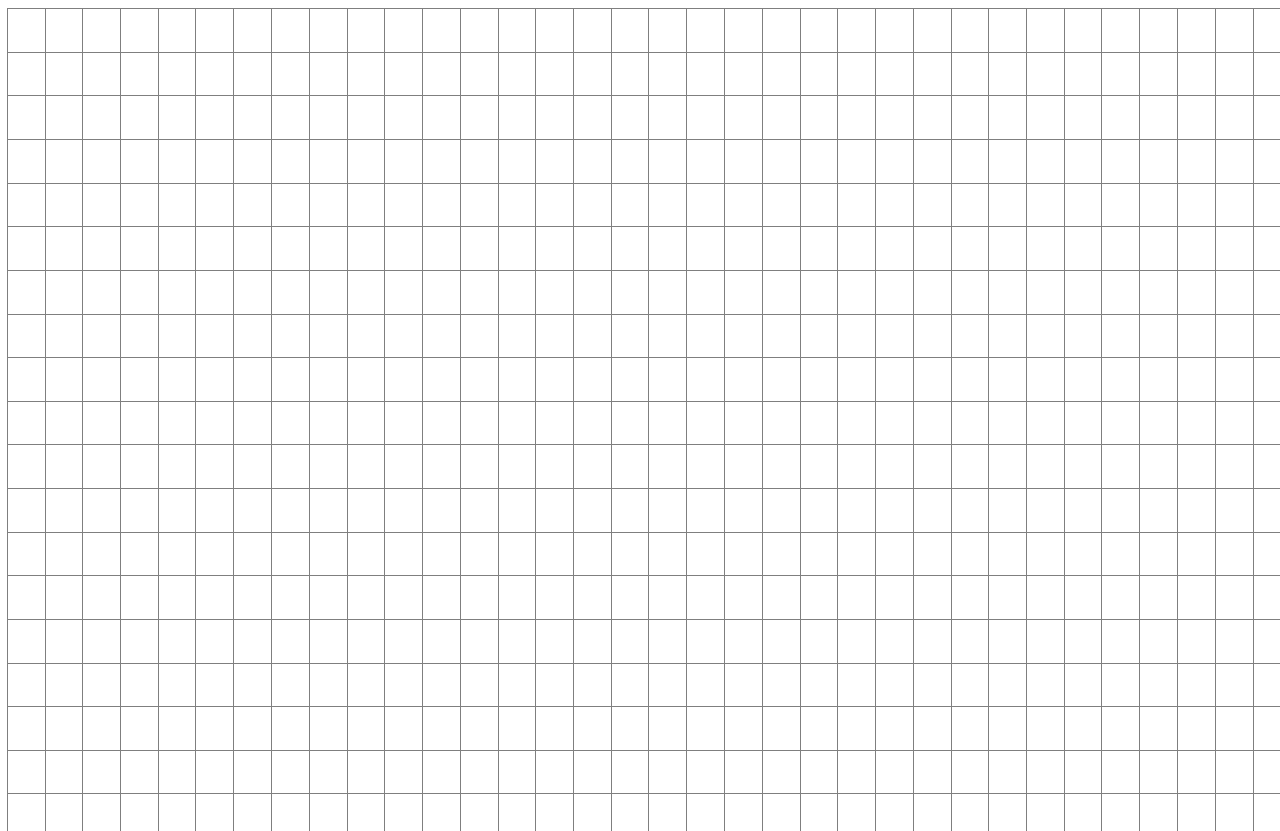
Б має лише одну спільну точку з графіком рівняння $x^2 + y^2 = 9$.

В симетричний відносно початку координат.

Г симетричний відносно осі y .

Д не перетинає вісь y .

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



18. Установіть відповідність між виразом (1 – 3) і твердженням про його значення (А – Д), яке є правильним, якщо $a = -1,3$.

Вираз

Твердження про значення виразу

1 $\sqrt{a^2} + a$

2 a^2

3 $\sqrt[3]{a-7}$

А є від'ємним не цілим числом.

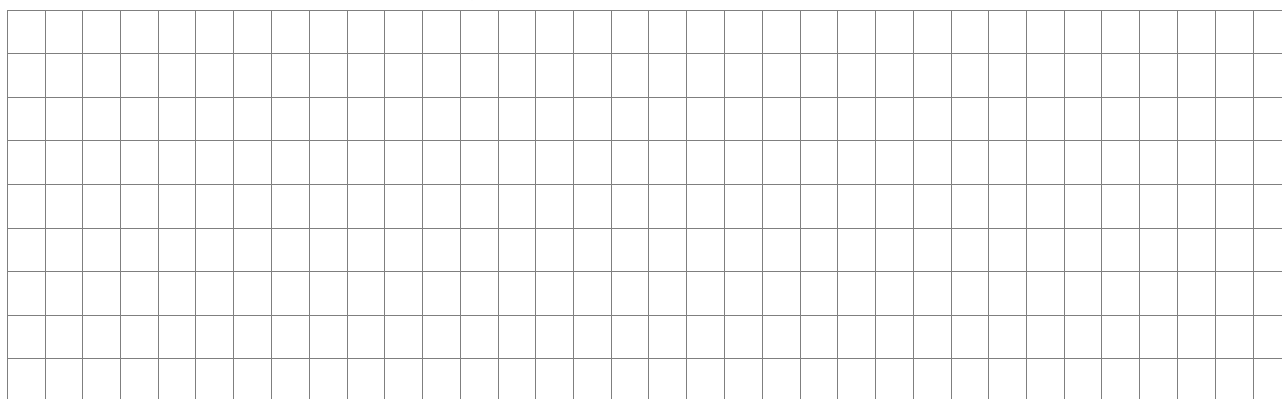
Б дорівнює дробу $\frac{16}{10}$.

В належить проміжку $(0; 1,69]$.

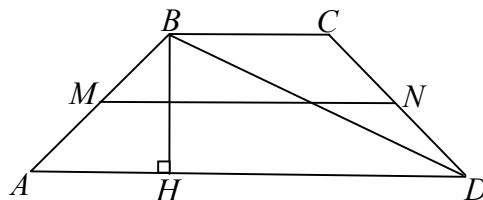
Г більше за 2.

Д є цілим числом.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



19. Середня лінія рівнобічної трапеції $ABCD$ дорівнює 12, а бічна сторона – $5\sqrt{2}$ і утворює з більшою основою кут 45° . Установіть відповідність між відрізком (1 – 3) і його довжиною (А – Д).



Відрізок

Довжина відрізка

1 Висота трапеції BH

2 Діагональ BD

3 Більша основа AD

А 12.

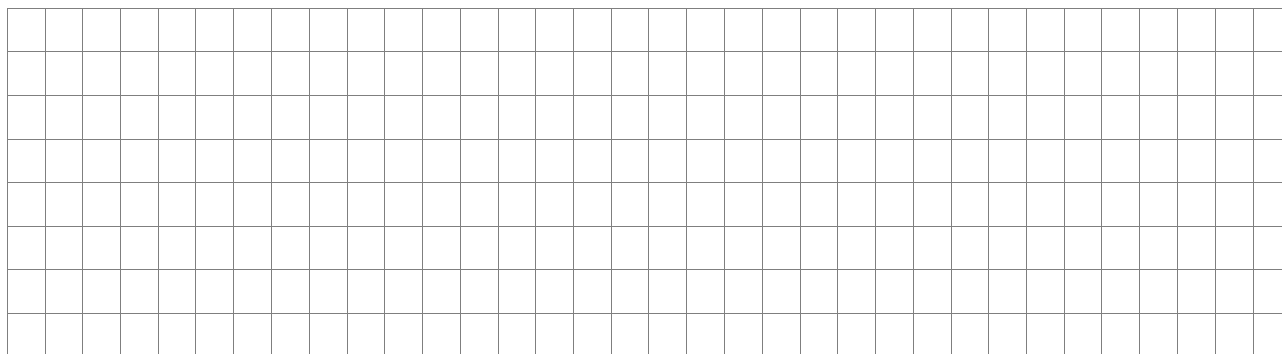
Б 5.

В 10.

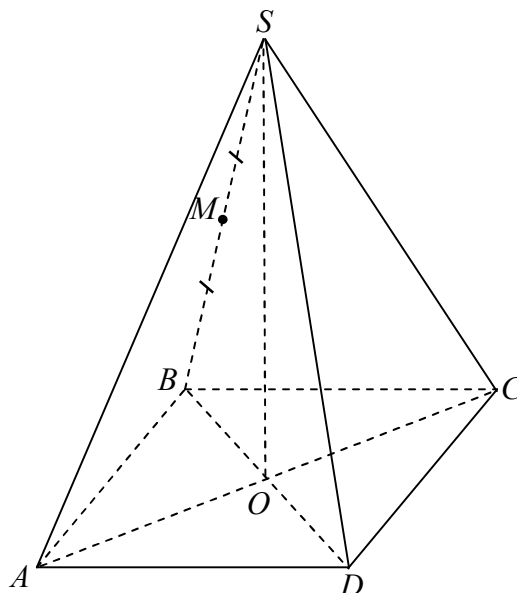
Г 13.

Д 17.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



20. На рисунку зображено правильну чотирикутну піраміду $SABCD$, усі ребра якої дорівнюють 4 см. Точка M – середина ребра SB . Установіть відповідність між фігурами (1 – 3) та їх площами (у см^2) (А – Д).



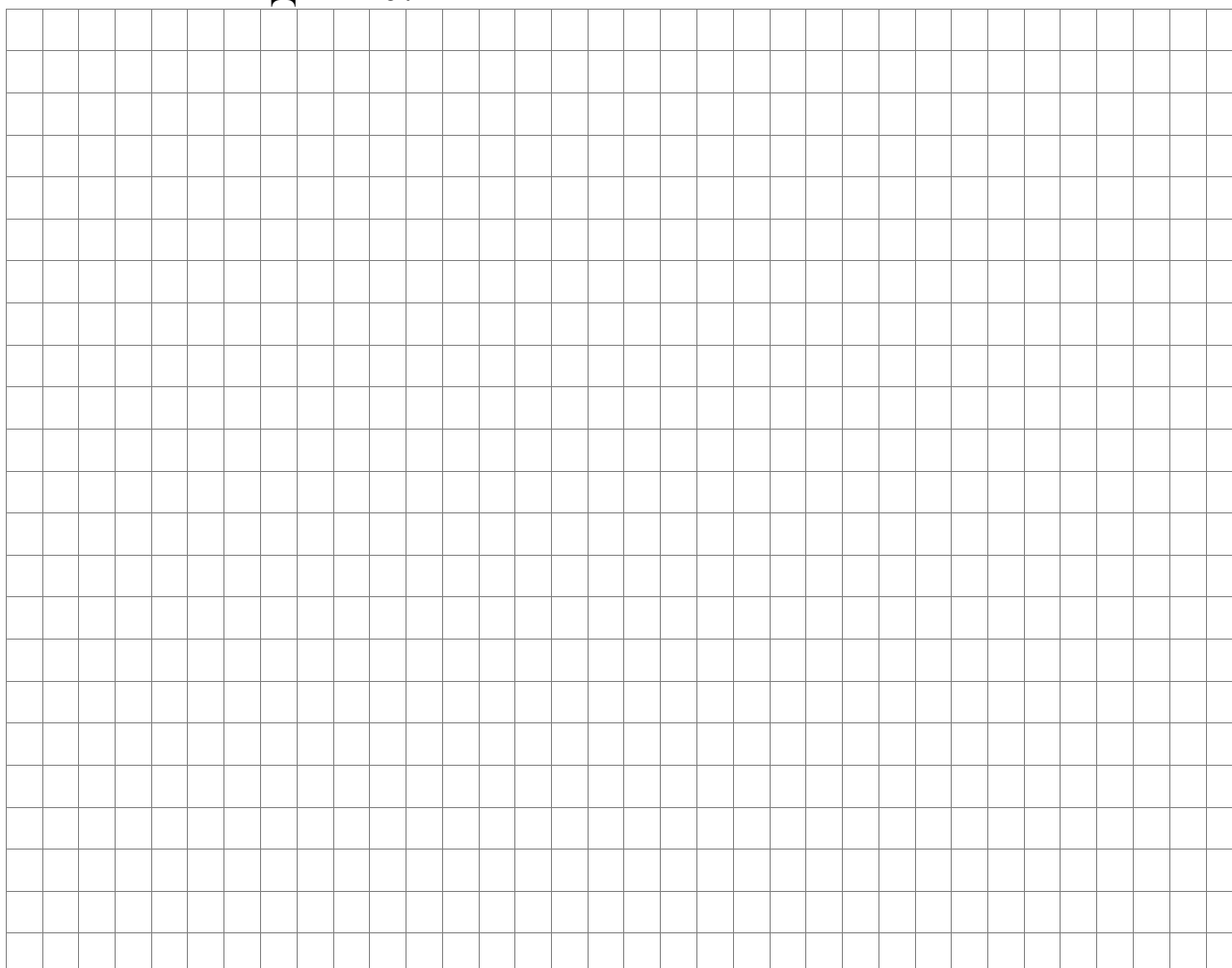
Фігура

- 1 Трикутник ASC
- 2 Фігура, яка є перерізом піраміди площиною, що проходить через точку M паралельно основі
- 3 Фігура, яка є перерізом піраміди площиною, що проходить через точку M та діагональ нижньої основи AC

Площа

- А 2.
 Б 8.
 В $4\sqrt{2}$.
 Г 4.
 Д 16.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



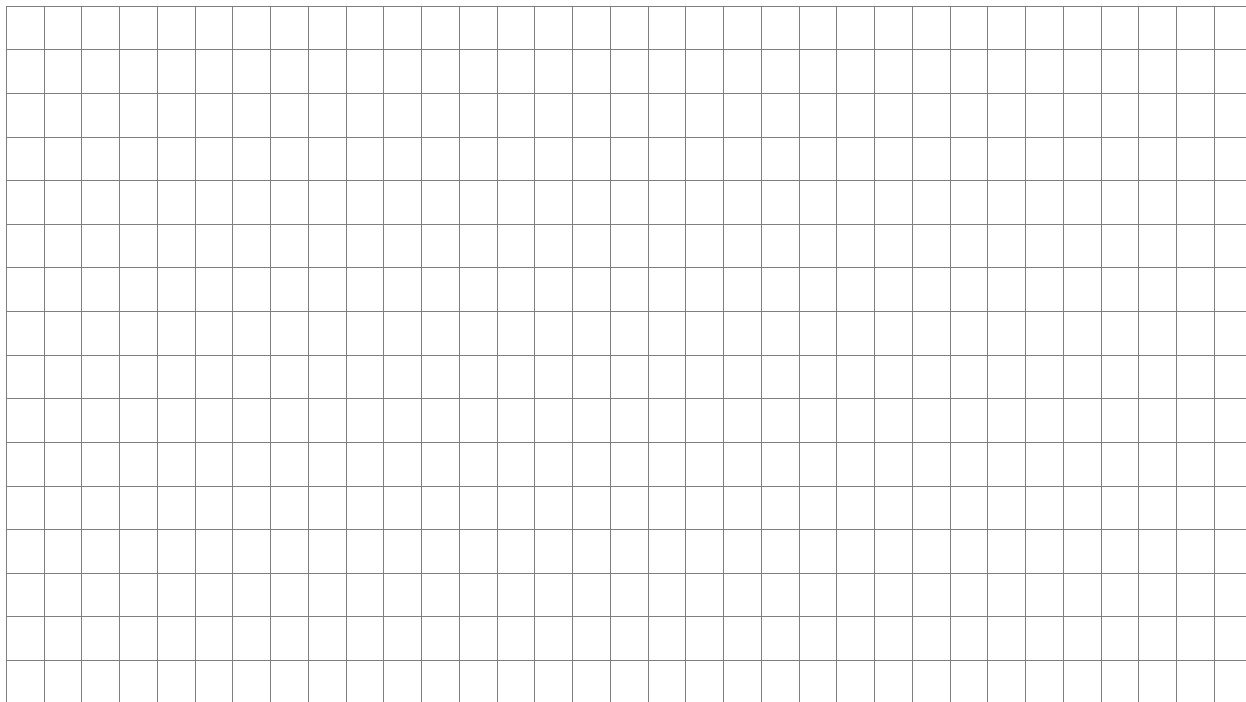
23. У прямокутній системі координат у просторі задано трикутник ABC . Відомо, що $A(3;1;1)$, $B(1;-1;1)$, $C(1;1;5)$.

1. Визначте довжину медіани AM .



Відповідь: ,

2. Обчисліть скалярний добуток $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$.



Відповідь: ,

25. На полиці супермакету стоять паки з яблучним, гранатовим та апельсиновим соком. Кількість паків із яблучним соком удвічі більша за кількість паків з апельсиновим соком і на 12 менша кількості паків з гранатовим соком. Загальна кількість паків на полиці становить 72. Яка ймовірність того, що навмання взятий пак буде з *гранатовим* соком?

[illegible]

Відповідь:

--	--	--	--

,

--	--	--

26. Катер пройшов проти течії річки 60 км за деякий час. За цей же час за течією річки він пройшов би 90 км. Яку відстань у кілометрах за цей час катер пройшов би по озеру?

[illegible]

Відповідь:

--	--	--	--

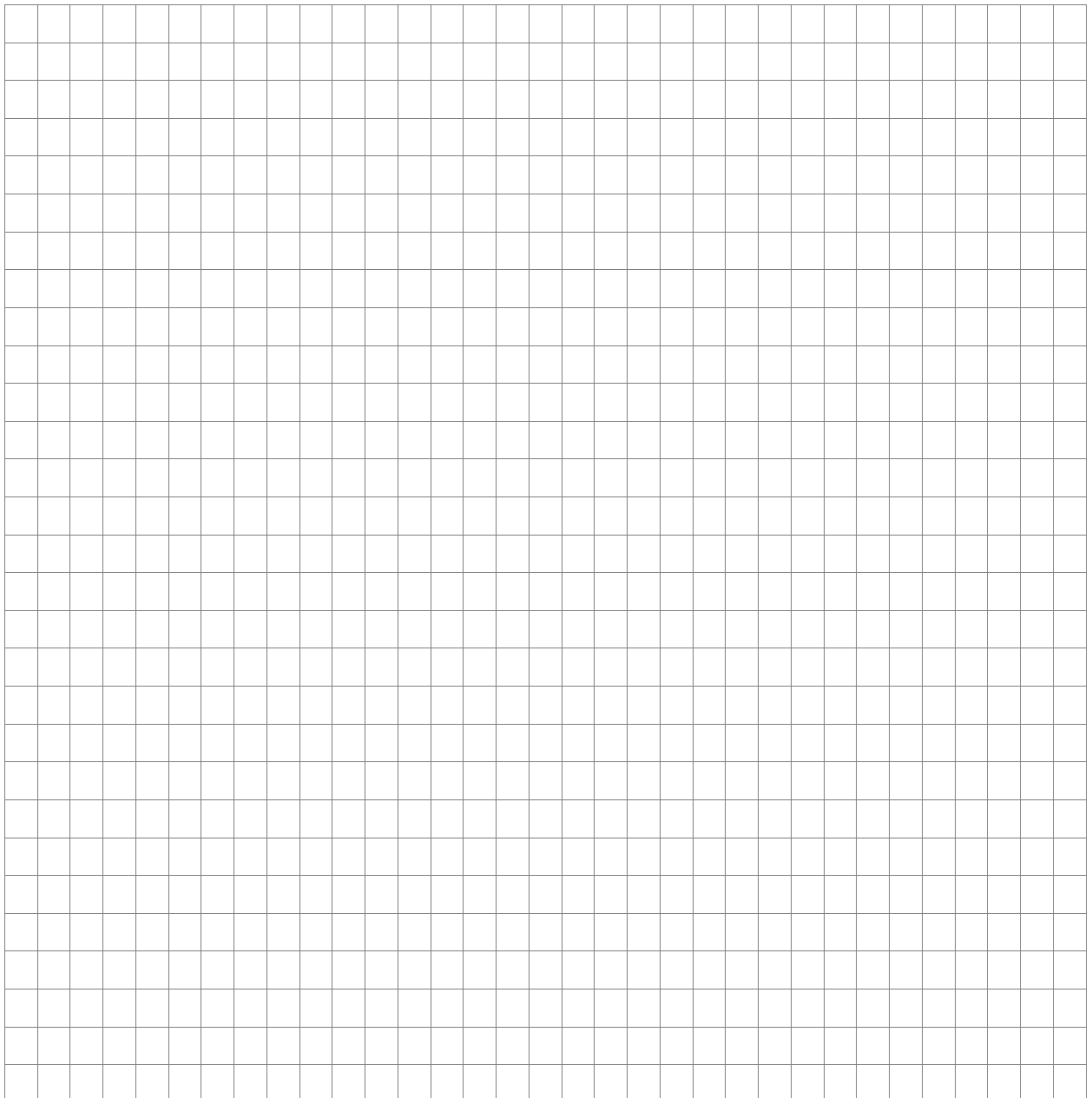
,

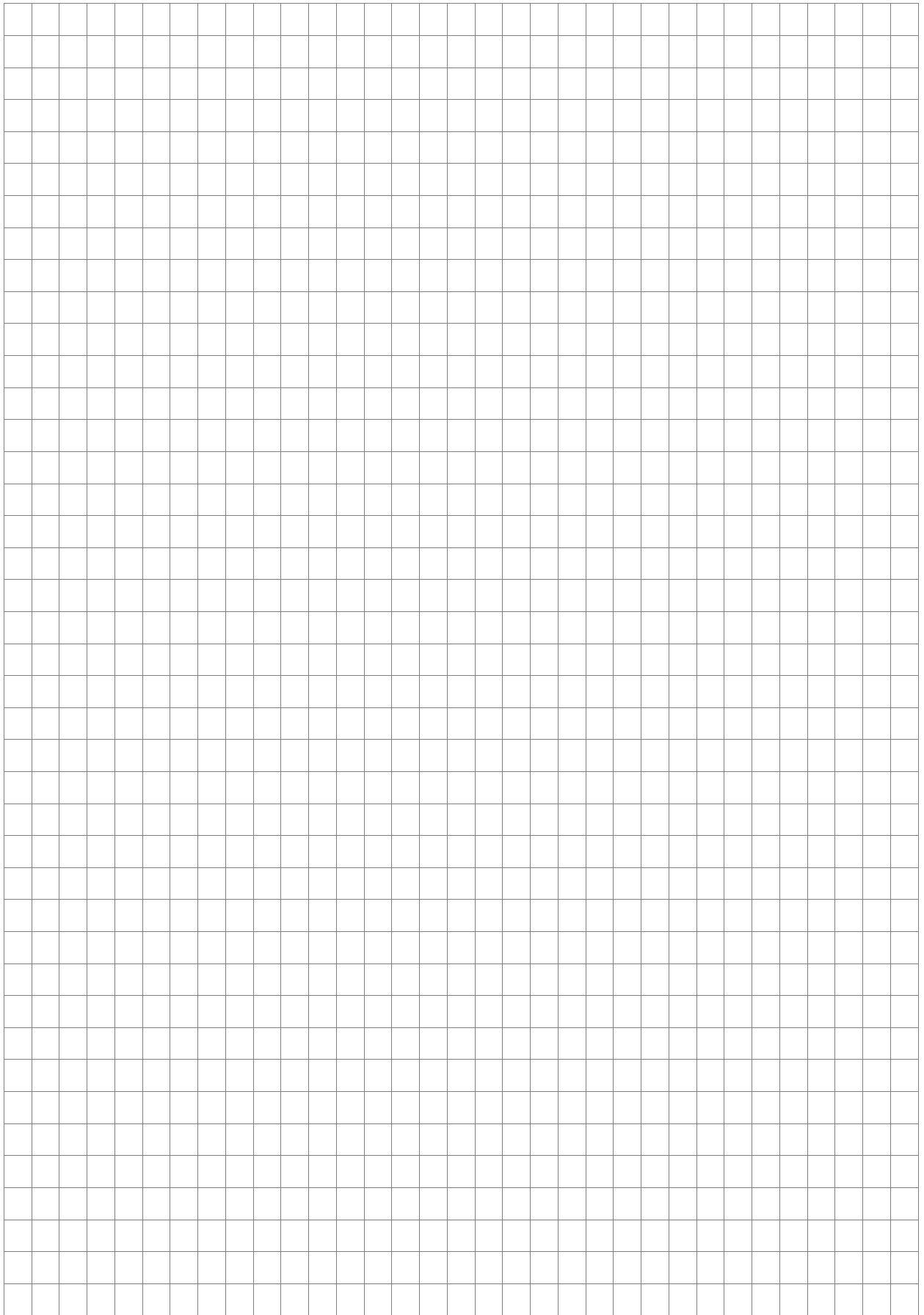
--	--	--

Розв'яжіть завдання 30-32. Запишіть у бланку Б послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

30. Задано функції $f(x) = \frac{3}{x}$ і $g(x) = 5 - 3x$.

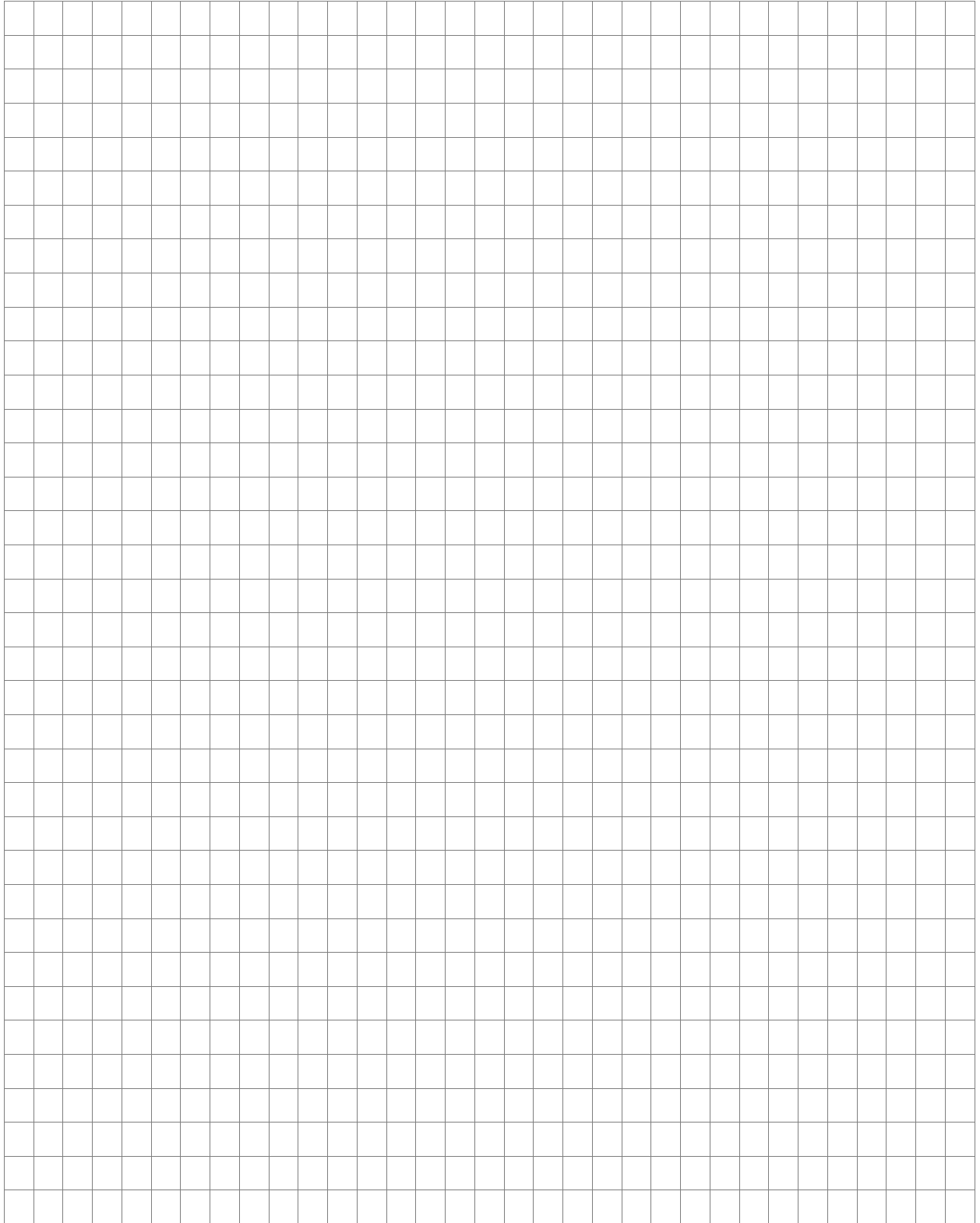
1. Побудуйте графік функції $f(x)$.
2. Побудуйте графік функції $g(x)$.
3. Знайдіть похідну функції $f(x)$.
4. Знайдіть похідну $f'(\sqrt{3})$.
5. Знайдіть похідну функції $g(x)$.
6. До графіка функції $f(x)$ проведено дотичні, паралельні графіку функції $g(x)$. Визначте абциси точок дотику.





Відповідь:

- 31.** У нижній основі циліндра проведено хорду AB , довжина якої дорівнює c . Цю хорду видно із центра верхньої основи під кутом α . Через хорду AB проведено площину β паралельно осі циліндра на відстані d ($d \neq 0$) від неї.
1. Зобразіть переріз циліндра площиною β та вкажіть його вид.
 2. Обґрунтуйте відстань d .
 3. Визначте площу цього перерізу.



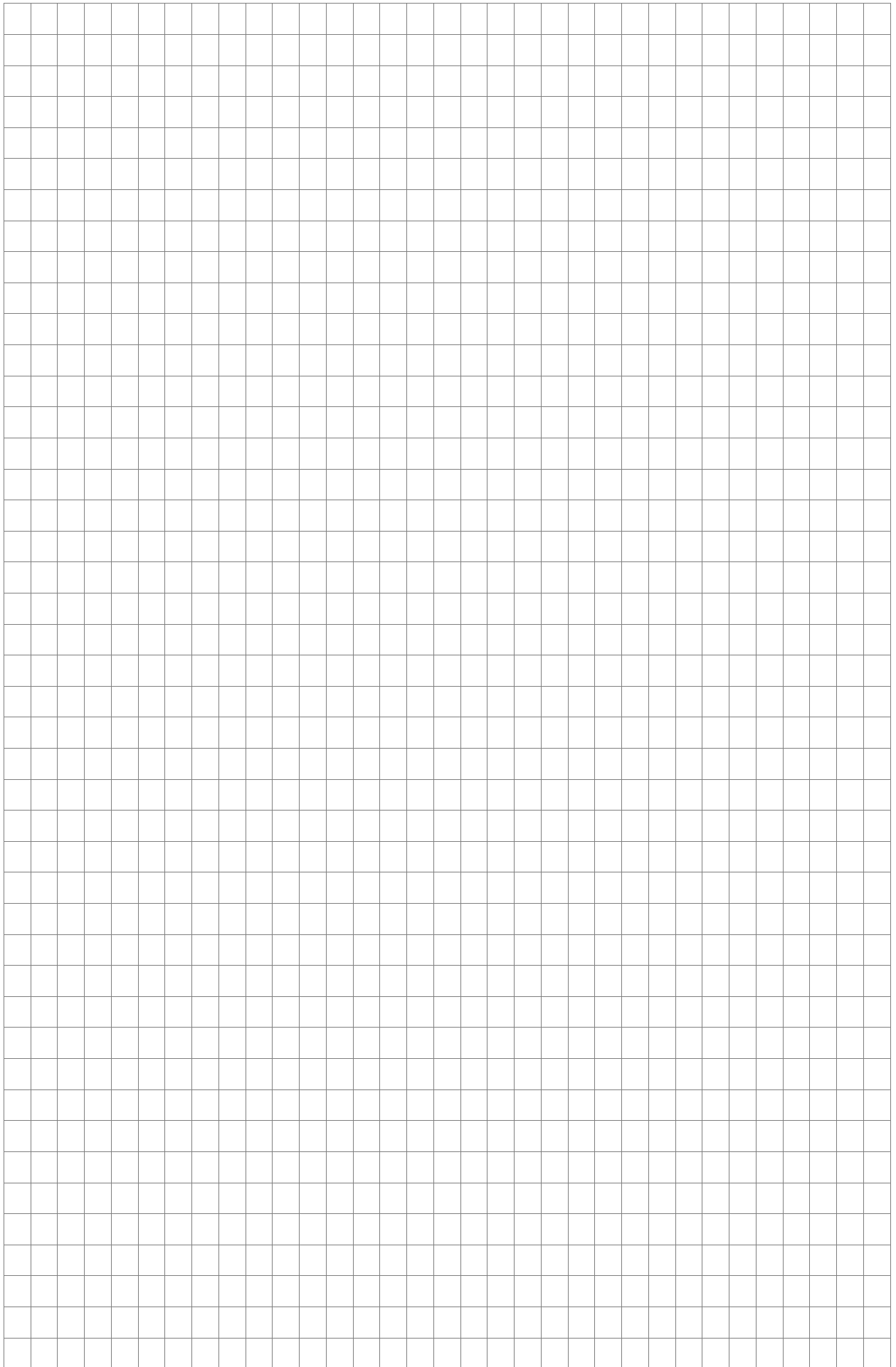
Відповідь:

32. Задано рівняння $(9^x + 2a \cdot 3^x + a^2) \cdot \sqrt{\frac{x+10}{x+2}} - 3 = 0$, де x – змінна, a – стала.

1. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{\frac{x+10}{x+2}} - 3 = 0$.

2. Розв'яжіть задане рівняння залежно від значень a .





Відповідь:

Похідна функції

C, α – сталі

$$(C)' = 0$$

$$x' = 1$$

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(u - v)' = u' - v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$(Cu)' = Cu'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Первісна функції та визначений інтеграл

Функція $f(x)$	Загальний вигляд первісних $F(x) + C$, C – довільна стала
0	C
1	$x + C$
$x^\alpha, \alpha \neq -1$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$
e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) - \text{формула}$$

Ньютона-Лейбніца

Тригонометрія

$$\sin \alpha = y_\alpha \quad \cos \alpha = x_\alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ + \alpha) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

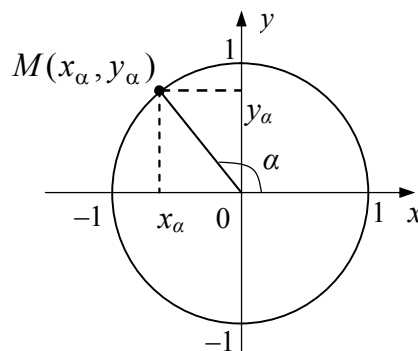
$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$



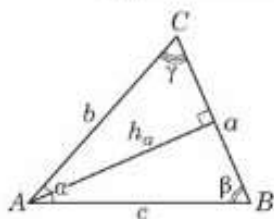
Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

α	рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	град	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не існує	0	не існує	0

ГЕОМЕТРІЯ

Трикутники

Довільний трикутник



$$p = \frac{a+b+c}{2} \quad \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

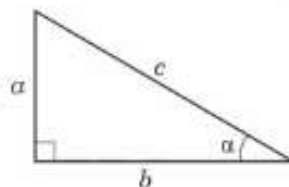
R – радіус кола, описаного навколо трикутника ABC

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a \quad S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Прямокутний трикутник

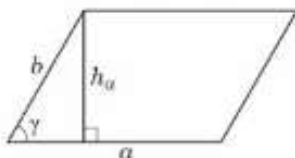
$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (теорема Піфагора)}$$

$$\frac{b}{c} = \cos \alpha \quad \frac{a}{c} = \sin \alpha \quad \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha$$



Чотирикутники

Паралелограм



$$S = ab \sin \gamma$$

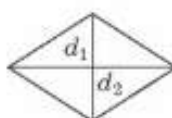
$$S = ah_a$$

Прямокутник



$$S = ab$$

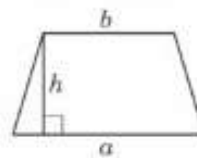
Ромб



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2,$$

d_1, d_2 – діагоналі ромба

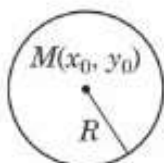
Трапеція



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h,$$

a і b – основи трапеції

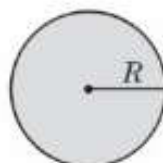
Коло



$$L = 2\pi R$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

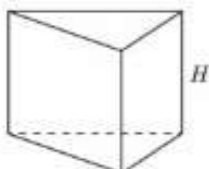
Круг



$$S = \pi R^2$$

Об'ємні фігури та тіла

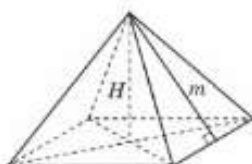
Пряма призма



$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = P_{\text{осн}} \cdot H$$

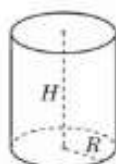
Правильна піраміда



$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot m$$

Циліндр



$$V = \pi R^2 H$$

$$S_6 = 2\pi R H$$

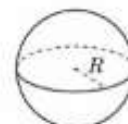
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_6 = \pi R L$$

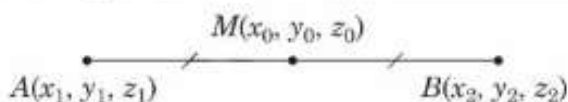
Куля, сфера



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

Координати та вектори



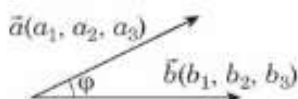
$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$\overline{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi$$

Кінець зошита